



EMENTA E PROGRAMA DE DISCIPLINA

Nome: TEORIA DAS PROBABILIDADES III

Código: GET00144

Carga horária semestral

Total: 102 horas

Teórica: 102 horas

Prática: 0

Validade: A partir de 2012

Ementa

Integração Múltipla. Vetores Aleatórios Contínuos. Função Densidade de Probabilidade Conjunta. Função de Distribuição Acumulada Conjunta. Distribuições Marginais Contínuas. Independência entre Variáveis Aleatórias Contínuas. Transformação de Vetores Aleatórios. Estatística de Ordem. Distribuições Condicionais, Caso Discreto e Contínuo. Esperança e Variância de Função de Vetores Aleatórios. Covariância e Correlação. Esperança Condicional. Função Característica. Modelo Multinomial. Modelo Normal Bivariado e Multivariado. Desigualdades envolvendo Esperança Matemática. Sequências de Variáveis Aleatórias e Tipos de Convergência. Lei dos Grandes Números. Teorema Limite Central.

Programa

1. Integração Múltipla
2. Vetores aleatórios
 - a. Definição e exemplos.
 - b. Vetores aleatórios discretos.
 - c. Função de massa de probabilidade conjunta.
 - d. Distribuições marginais - caso discreto.
 - e. Integração múltipla para vetores aleatórios contínuos.
 - f. Vetores aleatórios contínuos.
 - g. Função de densidade de probabilidade conjunta.
 - h. Vetores aleatórios contínuos com distribuição uniforme.
 - i. Distribuições marginais – caso contínuo.
3. Função de distribuição conjunta
 - a. Função de distribuição conjunta: definição e propriedades.
 - b. Exemplos envolvendo o caso discreto bi-dimensional.
 - c. Exemplos envolvendo o caso contínuo bi-dimensional.
 - d. Funções de distribuição marginais.
4. Independência entre variáveis aleatórias
 - a. Definição
 - b. Independência de subfamílias de variáveis aleatórias independentes.
 - c. Critério de independência – caso geral (estudo da função de distribuição).
 - d. Critério de independência – caso discreto (estudo da função de probabilidade).
 - e. Critério de independência – caso contínuo (estudo da densidade).
 - f. Funções de famílias disjuntas de variáveis aleatórias independentes são variáveis aleatórias independentes (sem demonstração formal).
5. Transformações de vetores aleatórios
 - a. Transformações de vetores aleatórios discretos e contínuos
 - b. O método do Jacobiano.
 - c. Convoluções de densidades e de funções de probabilidade.
6. Estatísticas de ordem
 - a. Definição.
 - b. Distribuição de probabilidade conjunta de todas as estatísticas de ordem (caso contínuo).
 - c. Distribuições marginais de cada estatística ordem (caso contínuo).
 - d. Estudo particular das estatísticas de ordem “máximo” e “mínimo”.

Amias

7. Distribuições condicionais e esperança condicional
 - a. Distribuição condicional de uma variável aleatória dado um evento qualquer.
 - b. Distribuição condicional de uma variável aleatória dada outra: caso discreto.
 - c. Distribuição condicional de uma variável aleatória dada outra: caso contínuo.
 - d. Esperança condicional: Definição geral. Lei das expectativas iteradas. Uso da esperança condicional para previsão.
 - e. Variância condicional: Definição e propriedades. $\text{Var}(X) = E[\text{Var}(X|Y)] + \text{Var}(E[X|Y])$.
8. Esperança de funções de vetores aleatórios
 - a. Teorema da esperança de funções de vetores aleatórios (sem demonstração formal)
 - b. Esperança da soma é a soma da esperança.
 - c. Esperança de produtos de variáveis aleatórias independentes.
 - d. Expressão geral da variância da soma de variáveis aleatórias.
 - e. Desigualdade e de Cauchy-Schwarz.
 - f. Covariância. Propriedades.
 - g. Correlação. Propriedades.
9. Função característica
 - a. Definição. Comparação com a função geradora de momentos.
 - b. Propriedades: existência, teorema da unicidade, funções características de transformações afins de variáveis aleatórias, geração de momentos, identificação de simetria em torno de zero da distribuição.
 - c. Função característica de somas de variáveis aleatórias independentes.
 - d. Exemplos (Poisson, Binomial, Gama, Normal).
 - e. Função característica de vetores aleatórias. Propriedades (as estendidas do caso unidimensional, além de: funções características marginais e critério de independência).
10. Desigualdades envolvendo a esperança matemática
 - a. Se $X \leq Y$, então $E[X] \leq E[Y]$.
 - b. Desigualdade de Markov.
 - c. Desigualdade de Tchebyshev.
 - d. Desigualdade de Jensen.
 - e. Se X é integrável, então $|E[X]| \leq E[|X|]$.
11. Sequências de variáveis e tipos de convergência
 - a. Convergência quase certa: definição e exemplos.
 - b. Convergência em probabilidade: definição e exemplos:
 - c. Convergência em erro médio quadrático: definição e exemplos.
 - d. Convergência em distribuição: definição e exemplos.
 - e. Relação entre os tipos de convergência.
 - f. Preservação de convergências quase certa, em probabilidade e em distribuição por funções contínuas.
 - g. Leis dos Grandes Números: versões fraca e forte e exemplos.
 - h. Estudo de convergência em distribuição via funções características.
 - i. Teorema de Slutsky
 - j. Teorema Central do Limite de Lindeberg-Lévy.
 - k. Teorema Central do Limite de De Moivre-Laplace.
12. Distribuições multidimensionais tradicionais:
 - a. Distribuição multinomial.
 - b. Distribuição normal multivariada.

Bibliografia

1. ROSS, S. *Probabilidade: UM Curso Moderno com Aplicações*. 8ª edição. Artmed, 2010
2. LARSON, H. L. (1982). *Introduction to Probability and Statistical Inference*. 3ª edição. John Wiley and Sons.
3. MAGALHÃES, M. N. (2006). *Probabilidade e Variáveis Aleatórias*. 2ª edição. IME-USP
4. MEYER, P., *Probabilidade: Aplicações à Estatística*. 2ª edição. Rio de Janeiro: LTC, 1983.

ANA MARIA LIMA DE FARIAS
 Chefe-Deptº Estatística
 SIAPE 0311506